

۱) اگر $f(x) = \sqrt{x-4} + \sqrt{4-x}$ و $g(x) = [-2x+1]$ باشد، چند عدد صحیح در دامنه تابع fog وجود دارد؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

۳ (۴

۲ (۳

۱ (۲

۰ (۱

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$\left. \begin{array}{l} x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \\ 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = \{4\} \quad D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} | [-2x+1] = 4\}$$

$$[-2x+1] = 4 \Rightarrow 4 \leq -2x+1 < 5 \xrightarrow{-1} 3 \leq -2x < 4$$

$$\xrightarrow{\div (-2)} -\frac{3}{2} \geq x > -2$$

در این بازه هیچ عدد صحیحی وجود ندارد. $\Rightarrow D_{fog} = (-2, -\frac{3}{2}]$

۲) اگر دامنه تابع $y = f(2x)$ به صورت $[-2, 2]$ باشد، دامنه تابع $y = \frac{-1}{3} f(\frac{-x}{3} + 4)$ کدام گزینه است؟

۴ $(\frac{-11}{3}, \frac{13}{3}]$ ۳ $[0, 24)$ ۲ $(\frac{-11}{3}, \frac{13}{3})$ ۱ $(0, 24]$

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

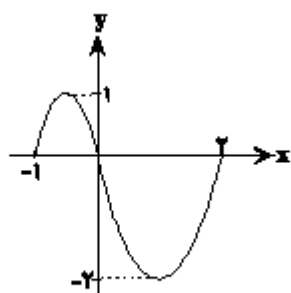
ابتدا باید دامنه $f(x)$ را بیابیم. دامنه تابع $y = f(2x)$ ، بازه $[-2, 2]$ است، پس داریم:

$$-2 < x \leq 2 \Rightarrow -4 < 2x \leq 4 \Rightarrow D_f : (-4, 4]$$

حال برای یافتن دامنه $y = \frac{-1}{3} f(\frac{-x}{3} + 4)$ باید عبارت $\frac{-x}{3} + 4$ را در بازه $(-4, 4]$ قرار دهیم:

$$-4 < \frac{-x}{3} + 4 \leq 4 \Rightarrow -8 < -\frac{x}{3} \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x < 24$$

۳) اگر نمودار تابع $y = f(-x) + 1$ به شکل زیر باشد، دامنه تابع $y = f(\frac{x}{4}) + f(x)$ کدام است؟



(۱) $[-2, 1]$

(۲) $[-4, 2]$

(۳) $[-1, \frac{1}{4}]$

(۴) $[-1, 2]$

پاسخ: گزینه ۱

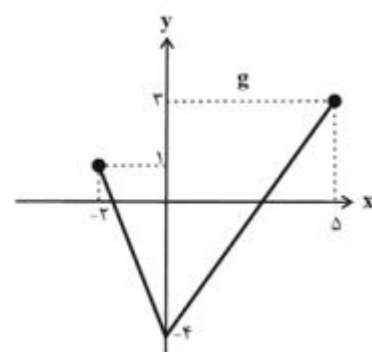
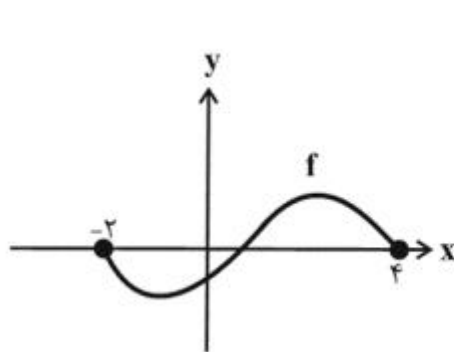
گزینه «۱»

$$D_y = [-1, 2] \Rightarrow -1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -x \leq 1$$

پس دامنه تابع $f(x)$ به صورت $[-2, 1]$ است و دامنه تابع $f(\frac{x}{4})$ به صورت $[-4, 2]$ است. بنابراین دامنه تابع $y = f(\frac{x}{4}) + f(x)$ به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$D : [-2, 1] \cap [-4, 2] = [-2, 1]$$

۴) نمودار توابع f و g به صورت زیر است. چند عدد صحیح در دامنه $f \circ g$ قرار دارد؟



۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$= \{-2 \leq x \leq 5 \mid -2 \leq g(x) \leq 4\} = \{-2, -1, 2, 3, 4, 5\}$$

دقت کنید که ضابطه تابع g به صورت زیر است و $g(0)$ و $g(1)$ در بازه $[-2, 4]$ قرار ندارند.

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{5}{2}x - 4; & -2 \leq x \leq 0 \\ \frac{7}{5}x - 4; & 0 \leq x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow g(0) = -4, g(1) = -\frac{13}{5} \notin [-2, 4]$$

۵) اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ ، $g(x) = \frac{x+a}{x-1}$ و دامنه تابع $f \circ g$ دارای فقط ۲ عدد صحیح باشد، آنگاه حداقل مقدار a کدام است؟ ($a > 0$)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$D_f : x \geq 2, \quad D_g : x \neq 1$$

$$D_{f \circ g} = \{x \neq 1 \mid \frac{x+a}{x-1} \geq 2\} \Rightarrow \frac{x+a-2x+2}{x-1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x+2+a}{x-1} \geq 0$$

x	1	2+a
-	+	-
ت.ن		

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = (1, 2+a]$$

برای آن که $D_{f \circ g}$ دارای ۲ عدد صحیح باشد باید a حداقل ۱ باشد. توجه کنید که چون $a > 0$ است، پس $1 < 2+a$.